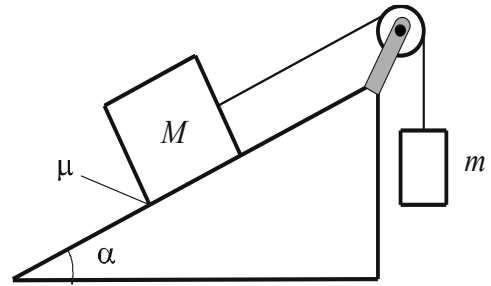


1. Всё зависит от массы. Грузы массами $M = 1$ кг и m связаны лёгкой нерастяжимой нитью, переброшенной через невесомый блок. Трением в оси блока можно пренебречь. Груз массой M находится на шероховатой наклонной поверхности (угол наклона к горизонту $\alpha = 30^\circ$, коэффициент трения $\mu = 0,3$). Явлением застоя пренебречь.



1) При какой массе m система грузов останется в состоянии покоя?

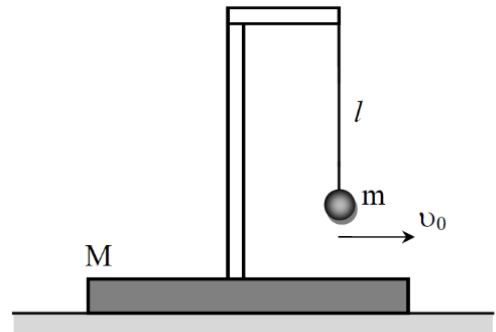
2) При каком значении массы m груз массой M будет двигаться вверх по наклонной плоскости с ускорением $a = 2$ м/с²?

Решение и критерии оценивания

№	Содержание	Баллы
1.	<p>Второй закон Ньютона для каждого из тел в состоянии покоя в проекциях на оси координат:</p> $\left. \begin{aligned} O_1x_1: T_1 - Mgsin\alpha + F_{тр} &= 0, \\ O_1y_1: N - Mg\cos\alpha &= 0, \\ O_2y_2: mg - T_2 &= 0. \end{aligned} \right\}$	2
2.	Так как блок невесом и трения в оси блока нет: $T_1 = T_2 = T$	0,5
3.	Сила трения покоя $F_{тр} \leq \mu N$	0,5
4.	Минимальное значение m_1 искомой массы равно $m_1 = M(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) = 1 \left(0,5 - 0,3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 0,24$ (кг).	1
5.	При максимальном значении m_2 массы сила трения покоя, действующая на груз массой M , будет иметь противоположное направление (проекция силы трения покоя в первом уравнении в п.1 изменит знак), получим неравенство $m_1 \leq m \leq m_2$.	2
6.	Максимальное значение искомой массы равно $m_2 = M(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) = 1 \left(0,5 + 0,3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 0,76$ (кг).	1
7.	<p>Второй закон Ньютона для каждого из движущихся тел в проекциях на оси введённой системы координат:</p> $\left. \begin{aligned} O_1x_1: T - Mgsin\alpha - F_{тр} &= Ma \\ O_1y_1: N - Mg\cos\alpha &= 0 \\ O_2y_2: mg - T &= ma \end{aligned} \right\}$	2
8.	Найдено $m = \frac{M(a+g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha))}{g-a} = 1,2$ (кг).	1

Итого: 10 баллов

2. Без потерь. Платформа массой M стоит на гладкой горизонтальной поверхности. На платформе закреплён штатив, к которому на нити длиной l подвешен небольшой шарик массой $m = M/3$. Шарик сообщают горизонтальную скорость, такую, что при дальнейшем движении системы максимальный угол отклонения нити от вертикали равен $\alpha = 60^\circ$. Потерями энергии при движении системы пренебречь.



Определите:

- 1) начальную скорость шарика;
- 2) максимальную скорость платформы при движении системы;
- 3) силу натяжения нити в моменты времени, когда скорость платформы максимальна.

Решение и критерии оценивания

№	Содержание	Баллы
1.	<p>При максимальном угле отклонения нити от вертикали скорости платформы и шарика относительно лабораторной системы отсчета (ЛСО) будут одинаковы и направлены горизонтально. Пусть эти скорости равны V, начальная скорость шарика равна v_0. Из законов сохранения импульса и энергии получим:</p> $\begin{cases} \frac{mv_0^2}{2} = \frac{(m+M)V^2}{2} + mgl(1 - \cos\alpha) & (1 \text{ балл}) \\ mv_0 = (m+M)V & (1 \text{ балл}) \end{cases} \rightarrow$ $v_0 = \sqrt{\left(\frac{m+M}{m}\right) 2gl(1 - \cos\alpha)} = \sqrt{\frac{4}{3}gl} \quad (1 \text{ балл})$	3
2.	<p>Скорость платформы будет максимальна, когда шарик после отклонения нити на максимальный угол вернется в исходное положение (1 балл). Пусть скорости шарика и платформы относительно ЛСО в этот момент времени равны u_1 и u_2. Из законов сохранения импульса и энергии получим:</p> $\begin{cases} \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mu_1^2}{2} + \frac{Mu_2^2}{2} & (1 \text{ балл}) \\ mv_0 = -mu_1 + Mu_2 & (1 \text{ балл}) \end{cases} \rightarrow u_2 = \frac{2mv_0}{M+m} = \frac{v_0}{2} = \sqrt{\frac{gl}{3}} \quad (1 \text{ балл})$	4
3.	<p>В момент времени, когда скорость платформы максимальна, ускорение платформы будет равно нулю. Поэтому ускорение шарика относительно ЛСО в этот момент времени будет равно ускорению относительно платформы (относительно платформы шарик движется по окружности радиусом l):</p> $a_{\text{ЛСО}} = a_{\text{отн}} = \frac{v_{\text{отн}}^2}{l}$ <p>Скорость шарика относительно платформы: $v_{\text{отн}} = u_1 + u_2 = v_0$</p>	1
4.	<p>Второй закон Ньютона для шарика будет иметь вид:</p> $m \frac{v_0^2}{l} = T - mg$	1
5.	<p>Модуль силы натяжения нити равен:</p> $T = m \frac{v_0^2}{l} + mg = \frac{7}{3}mg = \frac{7}{9}Mg$	1

Итого: 10 баллов

3. Очень медленный процесс. В вертикальном цилиндрическом сосуде под поршнем массой M и площадью S при температуре T_1 содержатся вода и водяной пар. В дно сосуда встроен нагревательный элемент малой мощности. Трения между поршнем и стенками сосуда нет. Внешнее давление постоянно и равно p_0 . График зависимости объёма V , занимаемого водой и паром, от их температуры T , приведён на рисунке. Объёмом, занимаемым водой, по сравнению с объёмом пара можно пренебречь. Удельная теплота парообразования воды при температуре T_1 равна L . Молярная масса воды равна μ . Молярная теплоёмкость водяного пара при постоянном объёме $c_V = 3R$. Ускорение свободного падения равно g . Значения объёмов, указанных на графике, считайте известными. Теплообменом с окружающей средой пренебречь.

Определите:

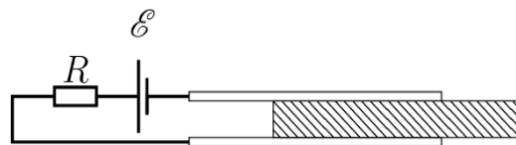
- 1) массы воды m_B и водяного пара m_P в первоначальном состоянии 1;
- 2) количество теплоты Q , переданное воде и водяному пару в процессе 1-2-3.

Решение и критерии оценивания

№	Содержание	Баллы
1.	Давление под поршнем $p = p_0 + \frac{Mg}{S}$	1
2.	Пар в первоначальном состоянии занимает объём V_1 , поэтому масса пара вначале: $m_P = \frac{\mu p V_1}{RT_1}$	1
3.	Когда вся вода испарится, масса пара станет равной $(m_P + m_B)$, а занимаемый им объём V_2 . Тогда масса воды в первоначальном состоянии $m_B = \frac{\mu p (V_2 - V_1)}{RT_1}$	1
4.	Количество теплоты, переданное в процессе 1-2, пошло на испарение всей воды и равно $Q_{12} = Lm_B$	2
5.	В процессе 2-3 происходит нагревание пара от температуры T_1 до температуры T_3 . Количество теплоты, переданное в процессе 2-3, равно $Q_{23} = U_3 - U_2 + A_{23}$, где U_2 и U_3 – внутренняя энергия водяного пара в состояниях 2 и 3, A_{23} – работа пара при расширении в процессе 2-3	2
6.	Внутренняя энергия идеального газа $U = \frac{m}{\mu} c_V T$. Тогда $U_3 - U_2 = \frac{(m_P + m_B)}{\mu} 3R(T_3 - T_1) = 3pV_2 \frac{T_3 - T_1}{T_1} = 3p(V_3 - V_2)$	1
7.	Работа пара при постоянном давлении $A_{23} = p(V_3 - V_2)$	1
8.	Количество теплоты, переданное воде и водяному пару в процессе 1-2-3, $Q = Q_{12} + Q_{23} = \left(p_0 + \frac{Mg}{S}\right) \left[L \frac{\mu(V_2 - V_1)}{RT_1} + 4(V_3 - V_2) \right]$	1

Итого: 10 баллов

4. Удаление пластины. Обкладки конденсатора имеют размеры $l \times l$, расстояние между ними $d \ll l$. В пространство между обкладками вставлена лёгкая пластина таких же размеров из диэлектрика с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 4$.



Конденсатор подключён к источнику с ЭДС \mathcal{E} и внутренним сопротивлением R . После зарядки конденсатора пластину быстро (так, что заряд конденсатора не успеет измениться) выдвигают из конденсатора на $l/3$, а затем продолжают выдвигать так, чтобы сила тока I в цепи оставалась постоянной.

Найдите:

- 1) силу тока I ;
- 2) время τ , за которое вся пластина будет полностью удалена из конденсатора;
- 3) механическую работу внешних сил по полному удалению пластины из конденсатора.

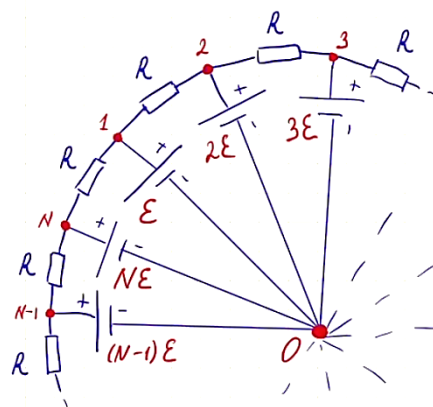
Решение и критерии оценивания

№	Содержание	Баллы
1.	Емкость конденсатора до манипуляций с пластиной $C_0 = \frac{4\varepsilon_0 l^2}{d}$, после смещения пластины на $l/3$: $C_1 = \frac{3\varepsilon_0 l^2}{d}$	1
2.	При быстром смещении пластины заряд конденсатора не изменился	1
3.	Уменьшение емкости при сохранении заряда привело к росту напряжения на конденсаторе до $U_1 = \frac{4\varepsilon}{3}$	1
4.	Применяя правило Кирхгофа, получим силу тока $I = \left(\frac{4\varepsilon}{3} - \mathcal{E}\right)/R = \frac{\varepsilon}{3R}$	1
5.	Заряд конденсатора в начале: $q_1 = C_0 \mathcal{E} = \frac{4}{3} C_1 \mathcal{E} = \frac{4\varepsilon_0 l^2 \varepsilon}{d}$	0.5
6.	Заряд конденсатора в момент полного выдвигания пластины: $q_2 = \frac{4}{3} \mathcal{E} C_2 = \frac{4\varepsilon}{3} \frac{\varepsilon_0 l^2}{d}$ (напряжение на конденсаторе постоянно)	0.5
7.	Так как сила тока постоянна, то искомое время: $\tau = \frac{q_1 - q_2}{I} = \frac{8\varepsilon_0 l^2 R}{d}$	1
8.	Энергия конденсатора до манипуляций с пластиной $W_0 = \frac{2\varepsilon_0 l^2 \varepsilon^2}{d}$, после полного удаления пластины $W = \frac{8\varepsilon_0 l^2 \varepsilon^2}{9d}$.	1
9.	Работа A_ε против ЭДС и тепловые потери Q на внутреннем сопротивлении источника $A_\varepsilon + Q = U_1 \Delta q = \frac{32\varepsilon_0 l^2 \varepsilon^2}{9d}$	1
10.	Механическая работа внешних сил по полному удалению пластины $A_{\text{мех}} = A_\varepsilon + Q + (W - W_0) = \frac{22\varepsilon_0 l^2 \varepsilon^2}{9d}$	2

Итого: 10 баллов

5. N+1 узел. Электрическая цепь в форме N-угольника состоит из N идеальных источников и N резисторов. Параметры элементов цепи заданы на рисунке. Определите:

- 1) силу тока I_{21} в ветви «21»;
- 2) силу тока I_{02} в ветви «02»;
- 3) силу тока I_{0N} в ветви «0N».



Возможное решение.

Потенциал φ_0 узла 0 примем равным нулю. Тогда потенциалы узлов 1, 2, ..., N - 1, N равны:

$$\varphi_1 = \mathcal{E},$$

$$\varphi_2 = 2\mathcal{E},$$

...

$$\varphi_{N-1} = (N-1)\mathcal{E},$$

$$\varphi_N = N\mathcal{E}.$$

1) Сила тока I_{21} в ветви «21» согласно закону Ома равна

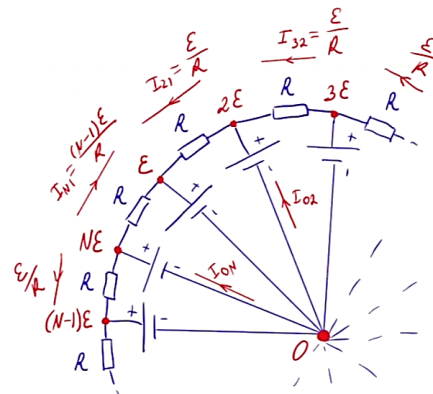
$$I_{21} = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{R} = \frac{\mathcal{E}}{R}.$$

2) Сила тока I_{32} в ветви «32» согласно закону Ома равна

$$I_{32} = \frac{\varphi_3 - \varphi_2}{R} = \frac{\mathcal{E}}{R}.$$

Запишем первое правило Кирхгофа для узла 2: $I_{02} + I_{32} + I_{12} = 0$ или $I_{02} + \frac{\mathcal{E}}{R} - \frac{\mathcal{E}}{R} = 0$, откуда $I_{02} = 0$.

3) Из закона Ома получим, что силы токов во всех ветвях с резисторами, кроме ветви «N1», равны $\frac{\mathcal{E}}{R}$. Значит, из первого правила Кирхгофа для всех узлов, кроме узлов 1 и N, находим силы токов в ветвях с источниками $I_{02} = I_{03} = \dots = I_{0(N-1)} = 0$. В ветви «N1» сила тока равна $I_{N1} = \frac{(N-1)\mathcal{E}}{R}$. Из первого правила Кирхгофа для узла N находим $I_{0N} = I_{N(N-1)} + I_{N1} = \frac{\mathcal{E}}{R} + \frac{(N-1)\mathcal{E}}{R} = \frac{N\mathcal{E}}{R}$.



Критерии оценивания

№	Содержание	Баллы
1.	При решении хотя бы один раз правильно использован закон Ома	1
2.	При решении хотя бы один раз правильно используется первое правило Кирхгофа	1
3.	При решении хотя бы один раз используется второе правило Кирхгофа (либо метод расстановки потенциалов в узлах)	1
4.	Определена сила тока $I_{21} = \frac{\mathcal{E}}{R}$ в ветви «21»	2
5.	Определена сила тока $I_{02} = 0$ в ветви «02»	2
6.	Определена сила тока в ветви «N1»	1
7.	Определена сила тока $I_{0N} = \frac{N\mathcal{E}}{R}$ в ветви «0N»	2

Итого: 10 баллов